

1 Решение

Возьмём за x стоимость одного месяца занятий без скидки. Скидка на второй месяц занятий составила 70%. Значит, за него Аня заплатила 30% от стоимости месяца без скидки — $0,3x$. Получается, что

$$x + 0,3x = 5850,$$

то есть

$$1,3x = 5850.$$

Отсюда

$$x = 5850 / 1,3 = 4500.$$

Ответ: 4500 рублей

2 Решение

Чтобы вычислить высоту, на которую должна быть рассчитана рамка, достаточно к длине меньшей стороны фотографии прибавить длину большей. Первую величину мы знаем, осталось найти вторую.

Заметим, что ширина коллажа — $15 \times 4 = 60$ сантиметров. Это три длины большей стороны каждого снимка. Таким образом, размер большей стороны — $60 / 3 = 20$ сантиметров. Остаётся к 20 прибавить 15. Получится, что рамка должна быть рассчитана на высоту 35 сантиметров.

Ответ: 35 см

3 Решение

Если Семёну очень не повезёт, он будет долго вытаскивать непарные коньки. В худшем случае сначала он достанет все коньки на одну ногу: шесть чёрных и два красных. На полке останутся только коньки на вторую ногу, поэтому девятая попытка точно принесёт успех — пара сложится.

Ответ: 9 раз

4 Решение

Стоимость партии толстовок будет минимальной, если купить каждую по самой низкой цене — 800 рублей. Проверим, получится ли это сделать.

За один заказ по 800 рублей можно купить любое число толстовок, которое будет больше 99, но меньше 201, — хоть 101 штуку, хоть 164. После двух заказов толстовок может быть от 200 до 400. Первое число получится, если оба раза брать по минимуму, второе — если по максимуму. Опять же, это может быть сколько угодно толстовок в этом диапазоне. После третьего заказа толстовок будет от 300 до 600, после четвёртого — от 400 до 800. Наконец, после пятого заказа можно будет получить любое количество от 500 до 1000, в том числе и 804 штуки.

Выходит, можно купить 804 толстовки по минимальной цене. На это уйдёт $804 \times 800 = 643\,200$ рублей.

Ответ: 643 200 рублей

5 Решение

В пробирке оказалась доза на одного человека. Если вычислить, сколько пробирок наполняют каждую ёмкость, а потом сложить полученные числа, выйдет общее количество доз.

Ответ: 1237 человек

В стакан помещается столько же эликсира, сколько в шесть пробирок. В мензурку — столько же, сколько в пять стаканов. То есть столько же, сколько в $5 \times 6 = 30$ пробирок. Вместительность реторты — $4 \times 5 \times 6 = 120$ пробирок, а колбы — $3 \times 4 \times 5 \times 6 = 360$ пробирок. Чтобы наполнить бутылку, нужно $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$ пробирок. Таким образом, Роберт получил эликсир, которого хватит на $1 + 6 + 30 + 120 + 360 + 720 = 1237$ человек.

6 Решение

На снимке максимум шесть кошек — это можно понять, если поделить 45 на семь. У собак по четыре глаза — значит, если отнять от 45 число кошачьих глаз, результат должен делиться на четыре без остатка. Остаётся прикинуть, в каком случае это возможно.

Ответ: 3 кошки

Сколько кошек	Сколько кошачьих глаз	Сколько глаз остаётся собакам
Одна	$1 \times 7 = 7$	$45 - 7 = 38$
Две	$2 \times 7 = 14$	$45 - 14 = 31$
Три	$3 \times 7 = 21$	$45 - 21 = 24$
Четыре	$4 \times 7 = 28$	$45 - 28 = 17$
Пять	$5 \times 7 = 35$	$45 - 35 = 10$
Шесть	$6 \times 7 = 42$	$45 - 42 = 3$

На четыре делится только одно число — 24. Оно получается, если кошек на снимке три.

7 Решение

После каждой игры возможны две ситуации — победа одной из команд или ничья. В первом случае общая сумма очков всех команд увеличивается на три за счёт очков выигравшей команды, но уменьшается на один за счёт очков проигравшей. Таким образом, сумма возрастает на два. Во втором случае каждая команда получает по одному очку — значит, общее количество очков всех команд тоже увеличивается на два.

Ответ: 30 очков

Мы знаем, что каждая из шести команд сыграла с пятью остальными. В каждой игре участвовало по две команды. То есть всего было $6 \times 5 / 2 = 15$ игр. Теперь умножим 15 на те 2 очка, которые приносит каждая игра в общую копилку, — получится 30.

8 Решение

Скорость Ларса вдвое выше, чем скорость хозяйки. В пути они были одно и то же время — значит, пёс пробежал в два раза больше, чем прошла Лариса. Мы знаем, что она преодолела пять километров. Умножим пять на два и получим десять.

Ответ: 10 км

9 Решение

На короткой дистанции скорости всех атлетов были разными. Длинную дистанцию два спортсмена закончили одновременно — значит, их скорости сравнялись. Найдём таких спортсменов, скорости которых могли снизиться до одинаковой величины.

Ответ: 2

		На сколько снизилась скорость, м/мин			
		На 2	На 3	На 8	На 10
Какая скорость была изначально, м/мин	Виктор — 105	103	102	97	95
	Евгений — 110	108	107	102	100
	Александр — 112	110	109	104	102
	Николай Витальевич — 120	118	117	112	110

Из таблицы видно, что есть четыре пары спортсменов, которые могли пройти длинную дистанцию с одинаковой скоростью: Виктор и Евгений, Евгений и Александр, Виктор и Александр, Александр и Николай Витальевич. Теперь нужно понять, какой из этих вариантов соответствует условию задачи. Для этого рассмотрим все четыре варианта по очереди.

Вариант 1. Одновременно финишировали Виктор и Евгений, их скорости составили 102 м/мин. Скорость Виктора изменилась на 3 м/мин, а Евгения — на 8 м/мин.

При таком сценарии скорость Александра могла снизиться или на 10 м/мин, или на 2 м/мин — как и скорость Николая Витальевича.

Допустим, скорость Александра упала на 10 м/мин. Тогда она составила 102 м/мин. Но Виктор и Евгений шли точно так же — значит, все трое финишировали бы одновременно, что противоречит условию задачи.

Теперь предположим, что скорость Александра снизилась на 2 м/мин и составила 110 м/мин. Тогда Николай Витальевич замедлился бы на 10 м/мин — тоже до 110 м/мин. Получается, что Александр и Николай Витальевич достигли бы финиша одновременно. Но мы-то знаем, что это было не так. Следовательно, первый вариант развития событий нам не подходит.

Вариант 2. К финишу вместе пришли Евгений и Александр. Они двигались со скоростью 102 м/мин, замедлившись на 8 м/мин и на 10 м/мин соответственно.

Скорость Виктора при таком варианте развития событий могла упасть на 3 м/мин или на 2 м/мин — как и скорость Николая Витальевича.

Допустим, скорость Виктора упала на 3 м/мин. Тогда длинную дистанцию он прошёл со скоростью $105 - 3 = 102$ м/мин.

Но с такой же скоростью шли Евгений и Александр — а значит, они все втроём финишировали бы одновременно.

Пусть скорость Виктора упала на 2 м/мин и составила 103 м/мин. Тогда Николай Витальевич замедлился на 3 м/мин и длинную дистанцию шёл со скоростью 117 м/мин. Получается, что он пришёл первым и потратил на дорогу чуть больше 439 минут, а Виктор — чуть больше 499. Тогда Николай Витальевич пришёл раньше примерно на $499 - 439 = 60$ минут, а вовсе не на 17, как в условии задачи.

Вариант 3. По дистанции со скоростью 102 м/мин вместе шли Виктор и Александр. Первый замедлился на 3 м/мин, второй — на 10.

Скорость Евгения при таком сценарии могла упасть на 8 м/мин и на 2 м/мин — так же, как и скорость Николая Витальевича.

Пусть скорость Евгения упала на 8 м/мин. Тогда длинную дистанцию он шёл со скоростью $110 - 8 = 102$ м/мин. Но с такой же скоростью шли Виктор и Александр — значит, они все втроём финишировали бы одновременно. По условию всё было не так.

Проверим, могла ли скорость Евгения упасть на 2 м/мин. В таком случае на длинной дистанции она составила 108 м/мин. Получается, что Николай Витальевич шёл со скоростью $120 - 8 = 112$ м/мин. Именно он пришёл первым.

Весь путь спортсменов составил 51 408 метров. Выходит, что Николай Витальевич потратил на него $51\,408 / 112 = 459$ минут. У Евгения ушло $51\,408 / 108 = 476$ минут. Получается, что Николай Витальевич опередил Евгения на $476 - 459 = 17$ минут. Это соответствует условию задачи.

Проверим, на сколько минут от Евгения отстали Виктор и Александр. Они преодолели дистанцию за $51\,408 / 102 = 504$ минуты. Вычтем 476 из 504 — получится, что последние спортсмены задержались на 28 минут. Прямо как в условии.

На всякий случай проверим последний вариант.

Вариант 4. Одновременно до финиша добрались Александр и Николай Витальевич, они двигались со скоростью 110 м/мин. Скорость Александра снизилась на 2 м/мин, Николая Витальевича — на 10 м/мин.

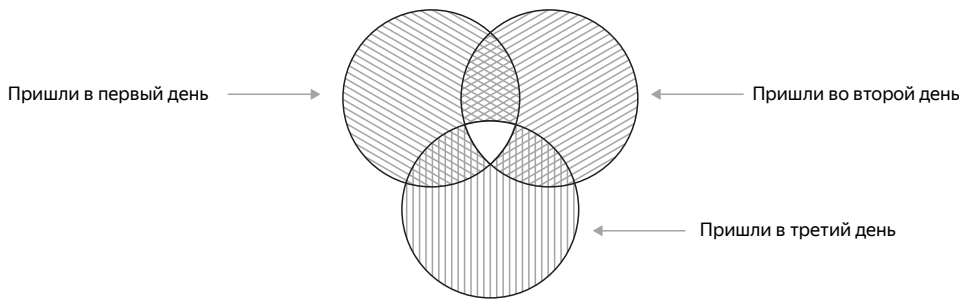
Скорость Виктора ещё до снижения была меньше 110 м/мин. Значит, он бы точно от них отстал. Этот вариант не подходит.

Итак, мы установили, что вариант 3 — единственный, который соответствует условию. К финишу сначала пришёл Николай Витальевич, потом Евгений, а за ними — Виктор с Александром. Таким образом, на втором месте оказался атлет в майке с номером 2.

10 Решение

Для наглядности представим ситуацию на рисунке.

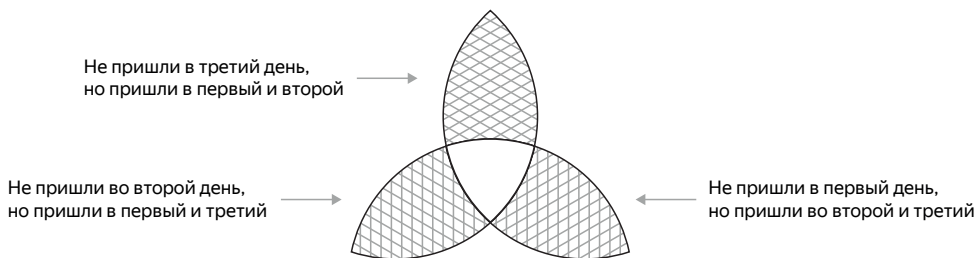
Ответ: 616 человек



Разделим слушателей на две группы. В первую попадут люди, которые приходили каждый день — на рисунке она соответствует незакрашенному множеству. Во второй окажутся все остальные — то есть те, кто пропустил хотя бы один день, а то и два. На рисунке эта группа представлена как закрашенное множество.

Чем больше слушателей пропустили хотя бы один день, тем меньше приходили во все дни. Таким образом, если нам удастся найти максимальное количество людей во второй группе, мы сможем вычислить минимальное количество в первой. Посмотрим, как можно это сделать.

Максимальным число прогульщиков было, если каждый участник конференции пропустил не больше одного дня. Ведь если кто-то пропустил два дня, он попал в число прогульщиков ещё в первый — а значит, во второй день считать его уже не было смысла. Этой ситуации соответствует такая картинка:



Получается, что нам нужно найти, сколько человек не приходили в каждый из трёх дней, а потом сложить полученные результаты.

В первый день конференцию пропустили $2018 - 1819 = 199$ человек. Во второй день не пришли $2018 - 1650 = 368$ человек. Наконец, доклады третьего дня не смогли послушать $2018 - 1183 = 835$ человек.

Найдём сумму: $199 + 368 + 835 = 1402$.

Теперь из 2018 вычтем 1402 и получим 616. Это число Марии и нужно записать в отчёт.